Forma de la sección meridiana de un manómetro de aire comprimido para q^e^ la graduación sea uniforme =

Tesis del alumno Julio Garavito A., para optar el título de Profesor en matemáticas

1.891

REPUBLICA DE COLOMBIA.
FACULTAD DE MATEMATICAS E INGENIERIA
DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL.

De 1891 a 1.894

1.918

lor KX_1, tendremos:

$$[9] \quad y_1^2 = \frac{aKV}{\pi} \cdot \frac{1}{[aKX_1+1]^2} + \rho^2.$$

El valor de ρ es, llamando e el espesor del vidrio en la parte cilíndrica del manómetro é y_0 la ordenada OA,

$$\rho = e + y_0 \quad \therefore \quad \rho = e + \sqrt{\frac{aV}{\pi}}.$$

Discusión. Sustituyendo en [8] y [9] en lugar de a su valor $a = \frac{K[h-1]-1}{Kh}$, tendremos para secciones meridianas del manómetro y de su cubeta:

$$[8_{bis}] \; y = \pm\sqrt{\frac{[K[h-1]-1]V}{\pi Kh} \cdot \frac{1}{\frac{K[h-1]-1}{Kh}X+1}} \; ; \; [9_{bis}] \; y_1^2 = \frac{K[h-1]-1}{\pi h} V \cdot \frac{1}{\left[\frac{K[h-1]-1}{h}X_1+1\right]^2} + \rho^2$$

Para que las ecuaciones representen curvas reales, es necesario que se tenga:

$$Kh - K - 1 > 0 \text{ ó } h > 1 + \frac{1}{K}.$$

Así, la condición que debe llenar la unidad de la escala será, llamando su longitud en metros z,

$$\frac{0{,}76}{z} > 1 + \frac{1}{K} \text{ ó } 0{,}76 > z\left[1 + \frac{1}{K}\right],$$

y, por tanto,

$$z < \frac{0{,}76}{1 + \frac{1}{K}}.$$

Si $Kh - K - 1 = 0$, se tendrá $y = 0$, y el manómetro no sería practicable á menos que se tomara $V = \infty$, en cuyo caso sería $y = \infty \times 0$, valor indeterminado; la sección podrá tener cualquier forma, y para llenar la condición de $V = \infty$ basta dejar su extremidad libre. Este caso corresponde, pues, al de un manómetro de aire libre: en efecto, para que

/la

conclusión. En la mayor parte de los problemas de análisis infinitesimal, el método que se sigue consiste en establecer una relación entre la diferencial de la función, ó una ó varias de sus derivadas, y la variable ó variables de que depende, y, en seguida, determinar la función por la integración de la ecuación ó ecuaciones diferenciales establecidas.

En el presente caso, el método seguido es especial, pues la ecuación que se establece, se refiere á una integral de una función desconocida que se determina por la eliminación entre la ecuación establecida y su diferencial.

Bogotá, 4 de Junio de 1891

Julio Garavito A.

Cálculo del Eclipse parcial de Sol que se verificará el día 20 de Octubre de 1892.

(Visible en Bogotá).

Aplicación del método de Woolhouse.

Expondré el método de Woolhouse referente al cálculo de las faces de un eclipse de Sol para un lugar particular, y al mismo tiempo que esponga la teoría iré haciendo aplicación de ella al caso particular de que tratamos.

Los elementos del eclipse, sacados del "Nautical Almanac Inglés" para el año de 1892, son:

Tiempo medio de Greenwich de la ☌ en Æ. Oct. 20 á	$5^{h},34^{m},41^{s},1$.
Ascensión recta del Sol y de la Luna	13,43,15.21.
☾ Declinación	S 9°,39'55".5
☉ Declinación	S 10°,41'55".1.
☾ Movimiento horario en Æ	21'1".2.
☉ Movimiento horario en Æ	2'22",1.

Aplicación.

Tomemos para época el instante de la ☌ aparente que acabamos de calcular.

Computando para ese instante las coordenadas del Sol y de la Luna, tendremos:

Æ ☾ = $13^h\ 45^m\ 20^s.96$

D ☾ = $9^\circ\ 55'\ 38'',9$ Sur;

Æ ⊙ = $13^h\ 43^m\ 26^s.22$

D ⊙ = $10^\circ\ 42'\ 58'',0$ Sur.

Cálculo del ángulo horario verdadero $h_{\text{☾}}$ de la Luna.

Tiempo sideral á med. día med. de Bogotá	=	$13^h 58^m 26^s.825$
Hora aproximada de la ☌ aparente	=	$1^h 47^m 38^s.100$
Corrección por 1^h	=	$9^s.856$
" " 47^m	=	$7^s.721$
" " $38^s,1$	=	$0^s.104$
		$15^h 46^m 22^s.606$
Ascención recta de la ☾	=	$13^h 45^m 20^s.960$
Angulo horario en tiempo	=	$2^h 1^m 1^s 646$

Por 2^h	30°
" " 1^m	" $15'$
" " " 1^s	" " $15''$
" " " 0,65	" " $9''.15$

$h_{\text{☾}} = 30^\circ 15' 24''.15$

Cálculo de las paralajes en Æ y D.

$$\Delta Æ = \frac{P\cos l'}{\cos.\ D_{\text{☾}}}\ sen.\ h_{\text{☾}}\ ,\quad tg.\ \gamma = tg.\ l'\ \frac{\cos\frac{1}{2}\Delta Æ}{\cos\left(h_{\text{☾}}+\frac{1}{2}\Delta Æ\right)}$$

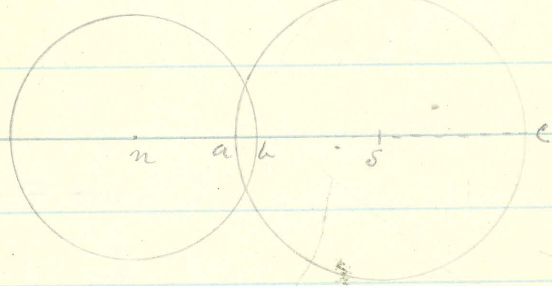
$$\Delta D = \frac{P'\ sen.\ l'}{sen\ \gamma}\ sen.\left(\gamma - D_{\text{☾}}\right).$$

Te

$\log. \delta = 3.23530$	$\log. 3600 = 3.55630$	$\log. prod. = 6.40789$
$\log. \Delta = 3.26955$	$\log \Delta = 3.26955$	$\log. Z = 3.04661$
$\log. \cos. \omega = \bar{1}.96575$	$\log. sen\ \omega = \bar{1}.58204$	$\log. \theta = 3.36128$
$\omega = 22°27'24''$	$\log. prod. = 6.40789$	$\theta = 0^h 38^m 28^s$

Hora del medio del eclipse Oct. 20 á $2^h 54^m 28^s$
Intervalo calculado . . . $\theta = 38^m 28^s$
Principio del eclipse á $2^h 16^m 0^s$
Fin del eclipse á $3^h 32^m 56^s$

Para calcular la magnitud que es la relación entre la porción eclipsada y el diámetro del sol, sean (Fig. 4) s el centro del Sol y sa semidiámetro $= S_2$ n el de la luna y nb su semidiámetro aumentado al más tante de la mayor faz, $sn = \delta$, ab la parte eclipsada del disco solar, tendremos



(Fig 4)

$$ab = as - bs \ , \ bs = sn - nb$$

de donde $ab = as + nb - sn$

ó bien $ab = \Delta - \delta$

y mag. $= \dfrac{\Delta - \delta}{2 S_2}$

$$\Delta = 31'0''.2$$
$$\delta = 28'39''.1$$
$$\Delta - \delta = 2'21''.1$$

$$\log. (\Delta - \delta) = 2.14953$$
$$\log. 2 S_2 = 3.28632$$
$$\log. Mag = \bar{2}.88321$$

Magnitud $= 0.076$ (Diámetro del Sol $= 1$).

Julio Garavito A

Tesis del

alumno Julia Gazavito A.

Adición.

Demostración del juego de la aguja.

Este juego lo he tomado empíricamente de un libro titulado "Les Récréations Scientifiques par Gaston Tissandier." y me he propuesto darle demostración. La demostración se funda en el teorema de Bernoullí perteneciente al cálculo de las probabilidades.

El juego de la aguja consiste en lo siguiente:
Se trazan sobre un papel una serie de paralelas equidistantes AA', BB', CC' &c (Fig 1). Se toma una aguja cuya longitud sea la mitad exacta de la distancia de dos paralelas consecutivas y se arroja sobre el papel un número m de veces y se cuenta el número n de veces que la aguja encuentra á una cualquiera de las paralelas. Hecho ésto se observará que la relación $\frac{m}{n}$ tiene un valor próximo de $\pi = 3.14159$ y que ésta relación se aproxima tanto mas de π cuanto mayor sea el número m de pruebas; ó en otros términos que

$$\text{límite } \frac{m}{n} = \pi \text{ cuando } m \text{ tiende al } \infty.$$

Cuando la longitud de la aguja es menor que la distancia de las paralelas pero no es la mitad exacta la regla es dada por la fórmula

$$\text{límite } \frac{m}{n} \cdot \frac{4l}{D} = \pi \text{ cuando } m \text{ tiende al } \infty$$

en que $2l$ representa la longitud de la aguja y D la distancia de dos paralelas.

(Fig 1)

Sean AA' y BB' (Fig.2) dos paralelas consecutivas y $D = AB$ su distancia. Sea M el punto medio de AB, tracemos por éste punto MS paralela á AA'; llamemos $2l$ la longitud de la aguja; tendremos según el caso general del juego

$$2l < D \therefore l < \frac{D}{2} \text{ ó } l < MA,$$

por tanto, si la aguja encuentra á una de las paralelas es el siguiente:

A medida que se multiplican las pruebas se tiene una probabilidad siempre creciente de que la relación del número de acontecimientos n al de acontecimientos contrarios q no se separará de la relación de sus probabilidades mas allá de un límite dado, por exceso ó por defecto y por estrecho que éste límite sea, la probabilidad de que se trata se aproxima á la unidad tanto como se quiera con tal de que se aumente suficientemente el número de pruebas. En otros términos, llamemos p la probabilidad correspondiente á la primera clase de acontecimientos, la contraria será $1-p$ y tendremos

$$\text{límite}\ \frac{n}{q} = \frac{p}{1-p} \quad \text{cuando } n+q \text{ tiende al } \infty.$$

Por tanto si llamamos $m = n+q$ = nº total de pruebas tendremos

$$\text{lím}\ \frac{n}{n+q} = \text{lím}\ \frac{n}{m} = p$$

y por tanto

$$\text{límite}\ \frac{m}{n} = \frac{1}{p}.$$

y como en el caso en cuestión $\frac{1}{p} = \pi \frac{D}{4l}$, tendremos

$$\text{límite}\ \frac{m}{n} = \pi \frac{D}{4l}$$

ó bien

$$\text{límite}\ \frac{m}{n} \cdot \frac{4l}{D} = \pi.$$

Lo que demuestra la regla enunciada.

Si la longitud de la aguja es igual á la mitad de la separación de las paralelas, $2l = \frac{1}{2}D \therefore 4l = D$ y se tendrá

$$\text{límite}\ \frac{m}{n} = \pi.$$

Julio Garavito A.